

Урок 2

Тема: Застосування різних способів розкладання многочленів на множники.

Перевірка домашнього завдання:

№ 597. 1) $(4 - b)(4 + b)$; 2) $(c - 7)(c + 7)$; 3) $(0,2 - a)(0,2 + a)$; 4) $(x - 2/3)(x + 2/3)$; 5) $(2x - 5)(2x + 5)$; 6) $(9c - 8d)(9c + 8d)$; 7) $(0,3x - 0,5y)(0,3x + 0,5y)$; 8) $(ab^2 - c^3d^4)(ab^2 + c^3d^4)$. № 634. 1) $a^2 + 16a + 64$; 2) $b^2 - 4b + 4$; 3) $49 + 14c + c^2$; 4) $36 - 12d + d^2$. № 752. 1) $(x - 1)(x^2 + x + 1)$; 2) $(3 + a)(9 - 3a + a^2)$; 3) $(6 - y)(36 + 6y + y^2)$; 4) $(1/2a + b)(1/4a^2 - 1/2ab + b^2)$; 5) $(a^2 - 2)(a^4 + 2a^2 + 4)$; 6) $(ab - c)(a^2b^2 + abc + c^2)$.

Розкласти многочлен на множники означає виразити (замінити) даний многочлен на тотожно рівний йому добуток одночлена на многочлен, або добуток кількох многочленів. На сьогоднішньому уроці ви маєте пригадати способи розкладання многочленів на множники: винесення спільного множника за дужки, групування, застосування формул скороченого множення.

Іноді, щоб розкласти многочлен на множники, доводиться застосовувати кілька способів. У такому випадку розкладання доцільно починати з винесення спільного множника за дужки, якщо такий множник існує.

Розглянемо кілька прикладів.

Приклад 1. Розкласти на множники многочлен $5m^4 - 20m^2n^2$.

Р о з в' я з а н н я. Спочатку винесемо за дужки спільний множник $5m^2$:

$$5m^4 - 20m^2n^2 = 5m^2(m^2 - 4n^2).$$

Потім до виразу в дужках застосуємо формулу різниці квадратів:

$$5m^2(n^2 - 4n^2) = 5m^2(m - 2n)(m + 2n).$$

$$\text{Отже, } 5m^4 - 20m^2n^2 = 5m^2(m - 2n)(m + 2n).$$

Приклад 2. Розкласти на множники многочлен $2x^4 + 12x^3 + 18x^2$.

Р о з в' я з а н н я. Винесемо за дужки спільний множник $2x^2$:

$$2x^4 + 12x^3 + 18x^2 = 2x^2(x^2 + 6x + 9)$$

Тепер до виразу в дужках застосуємо формулу квадрата суми:

$$2x^2(x^2 + 6x + 9) = 2x^2(x + 2)^2.$$

Приклад 3. Розкласти на множники многочлен $a^3b^2 - 3a^3b + 5a^2b^2 - 15a^2b$.

Р о з в ' я з а н н я. Винесемо за дужки спільний множник a^2b . Одержимо:

$$a^3b^2 - 3a^3b + 5a^2b^2 - 15a^2b = a^2b(ab - 3a + 5b - 15).$$

Многочлен $ab - 3a + 5b - 15$, що утворився в дужках, можна розкласти на множники способом групування:

$$ab - 3a + 5b - 15 = (ab - 3a) + (5b - 15) = a(b - 3) + 5(b - 3) = (b - 3)(a + 5).$$

Остаточо маємо:

$$a^3b^2 - 3a^3b + 5a^2b^2 - 15a^2b = a^2b(b - 3)(a + 5).$$

Універсального правила, за яким можна було б розкласти многочлени на множники, немає. Приклади, які ми розглянули вище, дозволяють лише сформулювати правило-орієнтир, якого бажано дотримуватися при розкладанні многочленів на множники.

- 1) Якщо можливо, винести спільний множник за дужки.
- 2) Перевірити, чи не є вираз, одержаний в дужках, квадратом двочлена або різницею квадратів, різницею чи сумою кубів.
- 3) Якщо многочлен, отриманий у дужках, містить чотири або шість доданків, перевірити, чи не розкладається він на множники способом групування.

Окрім за пропонованого правила, інколи допомагають штучні прийоми.

Приклад 4. Розкласти на множники многочлен $a^2 - 4a + 4 - b^2$.

Р о з в ' я з а н н я. Оскільки перші три доданки є квадратом двочлена, застосуємо штучне групування, розбивши многочлен на дві групи, одна з яких містить цей квадрат двочлена, а друга – четвертий доданок:

$$a^2 - 4a + 4 - b^2 = (a^2 - 4a + 4) - b^2.$$

Першу групу за формулами скороченого множення запишемо у вигляді квадрату різниці: $a^2 - 4a + 4 = (a - 2)^2$, після чого даний многочлен перетвориться на різницю квадратів двох виразів: $a^2 - 4a + 4 - b^2 = (a - 2)^2 - b^2$, яку розкладемо на множники за формулою різниці квадратів.

Отже, маємо:

$$a^2 - 4a + 4 - b^2 = (a - 2)^2 - b^2 = (a - 2 - b)(a - 2 + b).$$

Приклад 5. Розв'язати рівняння $x^2 + 8x - 20 = 0$.

Розв'язання. Знайдемо таке число, яке разом із виразом $x^2 + 8x$ утворює квадрат двочлена. Таким числом є 16. У лівій частині рівняння додамо і віднімемо число 16. Одержимо:

$$x^2 + 8x + 16 - 16 - 20 = 0;$$

$$(x^2 + 8x + 16) - 36 = 0;$$

$$(x + 4)^2 - 36 = 0$$

$$(x + 4)^2 - 6^2 = 0.$$

Далі розкладемо ліву частину рівняння на множники за формулою різниці квадратів і розв'яжемо одержане рівняння:

$$(x + 4 - 6)(x + 4 + 6) = 0;$$

$$(x - 2)(x + 10) = 0;$$

$$x - 2 = 0, \text{ або } x + 10 = 0;$$

$$x = 2, \text{ або } x = -10.$$

В і д п о в і д ь: $-10; 2$.

Перетворення, яке ми виконали на початку $x^2 + 8x - 20 = x^2 + 8x + 16 - 16 - 20 = (x + 4)^2 - 36$ називають виділенням квадрата двочлена.

Не кожний многочлен другого степеня можна розкласти на множники. Наприклад, на множники не можна розкласти многочлени $x^2 + 4$, $x^2 + y^2 + 1$, $x^2 + x + 2$ тощо. Зокрема, не розкладаються на множники многочлени другого

степеня, які є неповними квадратами суми або різниці та не містять спільного множника. Наприклад, $m^2 + m + 1$, $p^2 - 3p + 9$, $4x^2 + 2x + 1$ тощо.

Дайте відповідь на питання: Що означає, розкласти многочлен на множники? Які способи розкладання многочленів на множники ви знаєте? У чому полягає правило-орієнтир, яке доцільно використовувати при розкладанні многочленів на множники? Чи кожний многочлен можна розкласти на множники? Наведіть приклади многочленів, які не можна розкласти на множники.

Домашнє завдання: № 486, 492. Підручник Алгебра 7 клас А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір, 2020.